



مقاله پژوهشی

## مطالعه عددی انتقال حرارت جابجایی نانوسیال درون لوله

مرتضی دیلمی، سید پدram پورنادری\*

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران  
\* نویسنده مسئول: sp.pournaderi@yu.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۱۸ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۰۱

### چکیده

در کاربردهای صنعتی و مهندسی، انتقال حرارت نقش موثری دارد. در این تحقیق، تاثیر نانوذرات اکسید آلومینیوم بر میزان انتقال حرارت جابجایی اجباری در جریان آرام در یک لوله بررسی می‌شود. معادلات حاکم به روش تفاضل محدود بر روی شبکه جابجاشده گسسته‌سازی می‌شوند. جریان نانوسیال با استفاده از مدل‌های تک‌فازی و مخلوط شبیه‌سازی می‌شود. تطابق خوبی بین نتایج حاصل و نتایج آزمایشگاهی موجود مشاهده می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با افزایش عدد رینولدز، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش کسر حجمی عدد ناسلت متوسط و در نتیجه میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد. نتایج مدل مخلوط نسبت به مدل تک‌فازی به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر است.

**کلید واژگان:** نانوسیال، مدل تک‌فازی، مدل مخلوط، انتقال حرارت جابجایی

## Numerical study of forced convection heat transfer in a tube

M. Deilami, P. Pournaderi\*

Department of Mechanical Engineering, Yasouj University, Yasuj, Iran  
\*Corresponding author: sp.pournaderi@yu.ac.ir

Received: 09-07-2023 Accepted: 23-09-2023

### Abstract

Heat transfer has an effective role in industrial and engineering applications. In this study, the effect of  $Al_2O_3$  nanoparticles on laminar forced convection heat transfer flow in a tube is studied. Governing Equations are discretized using the finite difference method on a staggered grid. Nanofluid flow is simulated using single-phase and mixture models. Simulation results show that the average Nusselt Number increases with an increase in the Reynolds Number. Also, by increasing the volume fraction, the average Nusselt number and consequently the heat transfer rate increases. The results of the mixture model are in better agreement with experimental results than the single-phase model.

**Keywords:** Nanofluid, Single-phase model, Mixture model, Convection heat transfer

## ۱- مقدمه

نانوسیالات دسته جدیدی از پدیده های فناوری نانو بوده که استفاده از آنها در سالهای اخیر رشد چشمگیری داشته است. نانوسیالات سوپانسیون های نانوذرات هستند که در آنها، ذرات جامد (نانوذرات) در سیال پایه مخلوط شده اند. ابعاد نانوذرات معمولاً کمتر از ۱۰۰ نانومتر می باشد. سیالات پایه (سیالاتی که نانوذره به آنها افزوده می شود)، شامل آب و مایعاتی نظیر روغن موتور، اتیلن گلیکول، سیالات زیستی و محلول های پلیمری و ... هستند. نانوذرات می توانند ذرات فلزی با هدایت حرارتی بسیار بالاتر از سیال پایه مثل  $Al$ ،  $Fe$ ،  $Cu$  یا ذرات غیرفلزی مثل اکسیدهای سرامیکی ( $CuO$  و  $Al_2O_3$ )، اکسیدهای نیترویدی ( $SiN$  و  $AlN$ )، سرامیک های کاربیدی ( $TiC$  و  $SiC$ )، نیمه رساناها ( $TiO_2$  و  $SiC$ )، ترکیبات کربنی (نانولوله های کربنی، گرافیت) و ... باشند. با پیشرفت علم، امکان تولید نانوذرات از مواد مختلف فراهم شده است. یکی از خواص نانوذرات نسبت سطح به حجم بالای آنهاست که توانایی های خاصی به آنها بخشیده است. ذرات نانو به دلیل بالا بودن ضریب هدایتی با توزیع در سیال پایه، باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی سیال، که یکی از مهمترین پارامترهای انتقال حرارت محسوب می شود، می گردند. به همین دلیل نانوسیالات اهمیت زیادی در صنایع مختلف داشته دارند.

مطالعات عددی و آزمایشگاهی بسیار زیادی در زمینه بررسی جریان نانوسیال و تاثیر آن بر افزایش انتقال حرارت انجام شده است. جونگ و همکاران [۱] به صورت آزمایشگاهی انتقال حرارت جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک میکروکانال را بررسی کردند. ضریب انتقال حرارت جابجایی در طول میکروکانال کاهش می یابد. این ضریب با افزایش عدد رینولدز افزایش می یابد. پیرحیاتی و همکاران [۲] به بررسی تجربی ضریب انتقال حرارت جابجایی جریان آرام نانوسیال روغن-اکسید مس در یک لوله شیبدار پرداختند. نانوسیال با غلظت های مختلف با استفاده از روش دو مرحله ای تهیه شد. تاثیر زاویه شیب لوله، کسر حجمی نانوذرات و عدد رینولدز بر ضریب انتقال حرارت جابجایی بررسی شد. نتایج نشان می دهد که با افزایش کسر حجمی نانوذرات و افزایش عدد رینولدز ضریب انتقال حرارت افزایش می یابد. همچنین بیشترین ضریب انتقال حرارت در یک عدد رینولدز ثابت در زاویه ۳۰ درجه مشاهده می گردد. زینلی و همکاران [۳] به صورت آزمایشگاهی به بررسی انتقال حرارت در جریان جابجایی اجباری آرام در یک لوله با دمای دیواره

ثابت پرداختند. با افزودن ذرات اکسید مس و اکسید آلومینیوم به آب افزایش میزان انتقال حرارت مشاهده گردید. در غلظت های پایین، افزایش انتقال حرارت توسط این دو ذره تقریباً برابر می باشد، ولی در غلظت های بالاتر نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم افزایش انتقال حرارت بیشتری را نشان می دهد. ابراهیمی و همکاران [۴] با استفاده از روش آزمایشگاهی انتقال حرارت جابجایی اجباری نانوسیال آب-اکسید سیلیس را در رادیاتور ماشین بررسی کردند. بر اساس نتایج حاصل عدد ناسلت متوسط با استفاده از نانوسیال افزایش می یابد. بنابراین استفاده از نانوسیال، باعث کارایی بهتر ماشین و کاهش مصرف سوخت می شود. محققان برای شبیه سازی عددی جریان نانوسیال دو مدل تک فاز و دو فاز را مطرح کرده اند. چوی و ژانگ [۵] با استفاده از روش عددی انتقال حرارت جابجایی اجباری نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم را در یک لوله خمیده (U شکل) بررسی کردند. خواص نانوسیال با استفاده از مدل تک فاز اعمال شد. نتایج نشان می داد که عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رینولدز و عدد پراکتل افزایش می یابد. ژائو و همکاران [۶] به صورت عددی به بررسی انتقال حرارت جریان آرام نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک لوله پرداختند. این شبیه سازی عددی با استفاده از مدل تک فاز انجام شد. تاثیر کسر حجمی نانوذرات، اندازه نانوذرات و عدد رینولدز بر ضریب انتقال حرارت جابجایی و افت فشار بررسی گردید. با افزایش کسر حجمی نانوذرات و کاهش اندازه آن ضریب انتقال حرارت جابجایی و افت فشار افزایش می یابد. این افزایش در اعداد رینولدز پایین واضح تر است. گوکتپ و همکاران [۷] به صورت عددی به بررسی جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در ناحیه ورودی لوله گرم شده پرداختند. آنها با استفاده از مدل های تک فاز و دو فاز این شبیه سازی را انجام دادند. نتایج نشان دهنده افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی و عدد ناسلت محلی با افزایش کسر حجمی بود. اکبری و همکاران [۸] به صورت عددی به بررسی انتقال حرارت جابجایی ترکیبی جریان آرام نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک لوله افقی با شار حرارتی ثابت با مدل تک فاز و دو فاز پرداختند. نتایج حاصل از این دو مدل توسط آنها با هم مقایسه شد. هر دو مدل کاهش انتقال حرارت در طول لوله را نشان می دادند. حق شناس فرد و همکاران [۹] به صورت عددی به مطالعه انتقال حرارت نانوسیال آب-مس در جریان آرام در یک لوله پرداختند. از مدل های تک فاز و دو فاز برای این شبیه سازی استفاده شده و نتایج با کار

1. Prandtl Number

زیر بیان می‌شوند، باید اشاره شود که معادلات به فرم تقارن محوری هستند.

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau + \mathbf{g} \quad (2)$$

$\vec{V}$  بردار سرعت،  $\rho$  چگالی،  $p$  فشار،  $\mathbf{g}$  بردار جاذبه،  $\tau$  عملگر ترانهاده<sup>۴</sup> و  $T$  تانسور تنش ویسکوز است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau = \mu \left( \frac{\nabla u}{\nabla v} \right) + \mu \left( \frac{\nabla v}{\nabla u} \right)^T \quad (3)$$

$\mu$  نیز لزجت دینامیکی است. در این پژوهش از اثر جاذبه صرف نظر می‌شود. معادله انرژی نیز بدین صورت می‌باشد:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T = \frac{\nabla \cdot (k \nabla T)}{\rho C_p} \quad (4)$$

در این معادله  $T$  دما،  $k$  ضریب هدایت حرارتی و  $C_p$  ظرفیت گرمایی سیال است.

## ۲-۱- مدل تک‌فازی

در مدل تک‌فازی فرض می‌شود که سیال پایه و نانوذرات در تعادل گرمایی بوده و با سرعت یکسانی حرکت می‌کنند. در این روش نانوسیال مثل یک سیال همگن در نظر گرفته می‌شود و معادلات شبیه به معادلات سیال همگن هستند، با این تفاوت که خواص موثر نانوسیال بعنوان خواص ترموفیزیکی استفاده می‌شوند. خواص نانوسیال به غلظت نانوذرات بستگی دارد. این روش ساده تر از روش دو فازی بوده و حجم محاسبات کمتری دارد. برای چگالی و ظرفیت گرمایی مخصوص نانوسیال، از معادلات زیر استفاده می‌شود:

$$\rho_{nf} = \varphi \rho_p + (1 - \varphi) \rho_f \quad (5)$$

$$C_{p,nf} = \varphi C_{p,p} + (1 - \varphi) C_{p,f} \quad (6)$$

در روابط بالا  $\varphi$  کسر حجمی نانوذرات می‌باشد. اندیس‌های  $p$  و  $f$  به ترتیب به ذره، سیال پایه و نانوسیال اشاره دارند. برای هدایت حرارتی نانوسیال از داده‌های آزمایشگاهی مرجع [۱۲] استفاده می‌شود. لزجت، نیز از معادله زیر استفاده می‌شود [۱۳]:

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5\varphi + 6.2\varphi^2) \quad (7)$$

آزمایشگاهی مقایسه شد. هر دو روش افزایش ضریب انتقال حرارت را با افزایش کسر حجمی نانوذرات نشان می‌دادند. همچنین انتقال حرارت با افزایش عدد پکلت<sup>۱</sup> افزایش می‌یابد. حجازیان و همکاران [۱۰] به صورت عددی به بررسی جریان آشفته نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم درون لوله با استفاده از مدل‌های تک‌فازی و دوفازی پرداختند. در مقادیر کسر حجمی پایین، نتایج روش‌های مختلف تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند، ولی در مقادیر کسر حجمی بالاتر مدل‌های دوفازی مطابقت بیشتری با نتایج آزمایشگاهی دارند. همچنین بر اساس نتایج حاصل، با افزایش عدد رینولدز عدد ناسلت افزایش می‌یابد. علی‌نیا و همکاران [۱۱] با استفاده از مدل مخلوط به بررسی انتقال حرارت جابجایی در یک حفره شیب‌دار پر شده از نانوسیال آب-اکسید سیلیس پرداختند. این شبیه‌سازی برای مقادیر زاویه شیب مختلف برای کسر حجمی و اعداد ریچاردسون<sup>۲</sup> متفاوت به ازای یک عدد گراشف<sup>۳</sup> ثابت انجام شد. نتایج نشان دهنده افزایش انتقال حرارت در حفره و تغییرات زیاد در الگوی جریان در مقایسه با آب می‌باشد. تاثیر زاویه شیب حفره در اعداد ریچاردسون بالا مشخص است. همچنین با افزایش عدد ریچاردسون عدد ناسلت کاهش می‌یابد.

نانوسیالات با توجه به خواص متفاوت نسبت به سیال خالص، می‌توانند در میزان انتقال انرژی گرمایی و در نتیجه بهبود عملکرد سیستم‌های انرژی موثر باشند. در این پژوهش، تاثیر نانوذرات اکسید آلومینیوم بر میزان انتقال حرارت جابجایی اجباری در جریان آرام در یک لوله بررسی می‌شود. جریان نانوسیال با استفاده از مدل‌های تک‌فازی و مخلوط در شرایط مرزی شار ثابت و دما ثابت شبیه‌سازی شده و نتایج آن با نتایج موجود مقایسه می‌گردد. تاثیر کسر حجمی و عدد رینولدز بر میزان انتقال حرارت بررسی می‌شود. همچنین مدل‌های مخلوط و تک‌فازی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.

## ۲- معادلات حاکم

در این پژوهش، معادلات حاکم، شامل معادلات بقای مومنتم، پیوستگی جریان تراکم‌ناپذیر و معادله انرژی هستند. جریان آرام و خواص سیال شامل چگالی، لزجت، حرارت مخصوص و هدایت حرارتی در هر فاز ثابت است. با فرض تراکم‌ناپذیری همه فازها در مسئله، معادلات بقای جرم و مومنتم به صورت

<sup>4</sup>.Transpose

<sup>1</sup>. Peclet Number

<sup>2</sup>. Richardson number

<sup>3</sup>. Grashof number

## ۲-۲- مدل مخلوط

مدل مخلوط یک روش دو فازی تک سیالی است. در این مدل فرض می‌شود که هر فاز دارای بردار سرعت خود بوده و درون هر حجم کنترل، یک مقدار کسر حجمی مربوط به فاز اولیه و مقدار دیگری از کسر حجمی مربوط به فاز ثانویه است. در این مدل، به جای استفاده از معادلات حاکم برای تک تک فازها، از معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی برای کل مخلوط استفاده کرده و یک معادله اضافی برای کسر حجمی حل می‌شود. به طور کلی احتمال وجود سرعت لغزشی بین نانوذرات و سیال پایه وجود دارد. در مدل مخلوط اثر لغزش بین فازها در معادله مومنتم وارد می‌شود [۱۴].

معادله پیوستگی در این روش به صورت زیر می‌باشد،

$$\frac{\nabla \rho_m}{\nabla t} + \nabla \cdot (\rho_m \bar{V}_m) = 0 \quad (۸)$$

که در آن  $\bar{V}_m$  سرعت میانگین بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شود،

$$\bar{V}_m = \frac{\sum_{k=1}^n (\varphi_k \rho_k \bar{V}_k)}{\rho_m} \quad (۹)$$

$\rho_m$  چگالی مخلوط است که به صورت زیر محاسبه می‌شود،

$$\rho_m = \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k \quad (۱۰)$$

در روابط بالا  $n$  تعداد فازها است.

معادله مومنتم در این روش به صورت زیر می‌باشد،

$\bar{V}_{dr,k}$  سرعت لغزشی است که به صورت نسبی فاز مربوطه نسبت به سرعت میانگین تعریف می‌شود. آخرین جمله در معادله بالا، مربوط به سرعت لغزشی بین سیال و نانوذره می‌باشد.  $\mu_m$  لزجت مخلوط است که به صورت زیر محاسبه می‌شود،

$$\mu_m = \sum_{k=1}^n \varphi_k \mu_k \quad (۱۲)$$

از رابطه زیر به دست می‌آید،

$$\bar{V}_{dr,k} = \bar{V}_k - \bar{V}_m \quad (۱۳)$$

معادله انرژی نیز در این روش به صورت زیر می‌باشد،

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{k=1}^n (\varphi_k \rho_k C_{pk} T) + \nabla \cdot \sum_{k=1}^n (\varphi_k \rho_k C_{pk} \bar{V}_k T) = \nabla \cdot (k_{nf} \nabla T) \quad (۱۴)$$

معادله کسر حجمی برای فاز ثانویه (نانوذره)  $p$  به صورت زیر می‌باشد،

$$\frac{\partial (\varphi_p \rho_p)}{\partial t} + \nabla \cdot (\varphi_p \rho_p \bar{V}_m) = -\nabla \cdot (\varphi_p \rho_p \bar{V}_{dr,p}) \quad (۱۵)$$

سرعت نسبی<sup>۱</sup> به صورت سرعت فاز ثانویه (نانوذره)  $p$  نسبت به سرعت فاز اولیه (سیال)  $f$  بیان می‌شود و دارای رابطه زیر است،

$$\bar{V}_{pf} = \bar{V}_p - \bar{V}_f \quad (۱۶)$$

رابطه بین سرعت لغزشی و سرعت نسبی به صورت زیر می‌باشد،

$$\bar{V}_{dr,p} = \bar{V}_{pf} - \sum_{k=1}^n \frac{\varphi_k \rho_k}{\rho_m} \bar{V}_{fk} \quad (۱۷)$$

سرعت نسبی با استفاده از رابطه مانین<sup>۲</sup> [۱۵] و همکاران و با استفاده از رابطه درگ<sup>۳</sup> شیلر<sup>۴</sup> و نیومن<sup>۵</sup> [۱۶] به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{V}_{pf} = \frac{\rho_p d_p^2 (\rho_p - \rho_{eff})}{18 \mu_f f_{drag} \rho_p} a \quad (۱۸)$$

$$f_{drag} = \begin{cases} 1 + 0.15 Re_p^{0.687} & Re_p \leq 1000 \\ 0.0183 Re_p & Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (۱۹)$$

$$a = g - (\bar{V}_m \cdot \nabla) \bar{V}_m \quad (۲۰)$$

$\bar{a}$ ،  $\rho_{eff}$  و  $f_{drag}$  و  $d_p$  به ترتیب شتاب ذرات، چگالی موثر، نیروی درگ و قطر نانوذرات می‌باشند. عدد رینولدز ذره بدین صورت تعریف می‌شود:

$$Re_p = \frac{\bar{U}_m d_p \rho_m}{\mu_m} \quad (۲۱)$$

## ۲-۳- محاسبه عدد ناسلت

پارامتری بعد مهم مربوط به انتقال حرارت عدد ناسلت  $Nu$  می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Nu(x) = \frac{h(x) D}{k} \quad (۲۲)$$

$$h(x) = \frac{q}{T(x)_w - T(x)_m} \quad (۲۳)$$

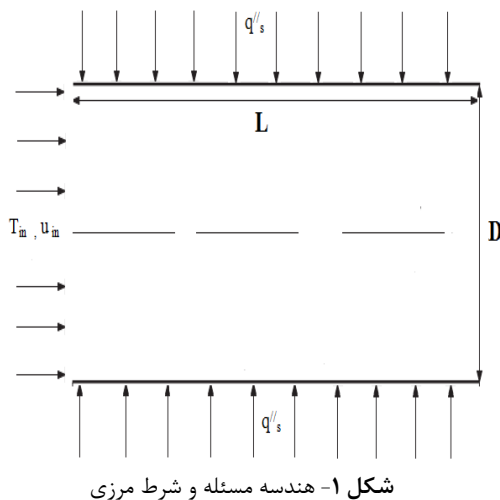
که  $D$  قطر لوله،  $h(x)$  ضریب انتقال حرارت جابجایی محلی،  $q$  شار حرارتی بر روی دیواره،  $Nu(x)$  عدد ناسلت محلی و  $T(x)_w$  دمای دیوار است.  $T(x)_m$  نیز دمای متوسط سیال است که بدین صورت به دست می‌آید:

$$T(x)_m = T_{in} + \frac{qx}{L \dot{m} C_p} \quad (۲۴)$$

$\dot{m}$  نرخ انتقال جرم،  $C_p$  گرمای ویژه،  $L$  طول لوله و  $T_{in}$  دمای ورودی لوله است.

1. Relative Velocity  
2. Manninen  
3. Drag  
4. Schiller  
5. Naumann

۰/۰۰۴۷۵ متر می‌شود. سرعت در ورودی لوله با استفاده از عدد رینولدز به دست می‌آید. همچنین در ورودی لوله  $T=T_{in}=298K$  می‌باشد. از شرط مرزی شار ثابت بر روی دیواره ها استفاده می‌شود. شار حرارتی اعمال شده بر دیوار  $11174 W/m^2$  می‌باشد. قطر نانوذرات استفاده شده در روش مخلوط ۴۵ نانومتر می‌باشد. هندسه مسئله و شرط مرزی در شکل ۱ نشان داده شده است. مسأله به صورت تقارن محوری حل شده است. برای یک عدد رینولدز مشخص  $\left(Re = \frac{\rho u_{in} D}{\mu}\right)$ ، با توجه به قطر لوله و نیز چگالی و لزجت موثر نانوسیال، سرعت ورودی تعیین می‌گردد.  $u_{in}$  سرعت ورودی می‌باشد.



شکل ۱- هندسه مسئله و شرط مرزی

ابتدا استقلال نتایج حاصل از شبکه محاسباتی بررسی می‌شود. برای بررسی استقلال نتایج از شبکه، تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی محلی در طول لوله در رینولدز ۲۰۰۰ و کسر حجمی ۰/۰۴ برای پنج شبکه مختلف بررسی شده است. در شکل ۲ نتایج شبیه سازی ها ارائه شده است. تغییرات عدد ناسلت در ابتدا شدید است. با گذشت زمان لازم و نزدیک شدن به حالت توسعه یافته، عدد ناسلت به مقدار ثابتی می‌رسد. با مشاهده نتایج می‌توان گفت که شبکه  $40 \times 40$  شبکه مناسبی برای انجام شبیه سازی است و ریزکردن شبکه پس از آن تاثیر چندانی بر روی جوابهای مسأله ندارد. در شکل ۲ نتایج شبیه سازی ها ارائه شده است.

معادلات حاکم بر مسئله با استفاده از روش تفاضل محدود بر روی شبکه جابجاشده گسسته سازی می‌شود. جملات جابجایی در معادلات، با روش ونو<sup>۱</sup> [۱۷] با دقت مرتبه پنج گسسته سازی می‌شوند، در حالی که برای گسسته سازی جملات پخش، از تقریب مرکزی مرتبه دو استفاده می‌شود. برای حل معادلات جریان از یک روش تصویرسازی<sup>۲</sup> استفاده می‌شود.

## ۴-۲- روش تصویر سازی

در این روش معادله بقای مومنتم به دو قسمت به صورت زیر تفکیک می‌شود،

$$\frac{\bar{V}^* - \bar{V}^n}{\Delta t} + (\bar{V}^n \cdot \nabla) \bar{V}^n = \frac{(\nabla \cdot \tau)^T}{\rho} + \bar{g} \quad (25)$$

$$\frac{V^{n+1} - V^*}{\Delta t} + \frac{\nabla P}{\rho} = 0 \quad (26)$$

$\bar{V}^*$  شبه سرعت است که با استفاده از آن میدان سرعت و فشار در زمان جدید به دست می‌آید. همان طور که گفته شد، از اثر ترم جاذبه صرف نظر می‌شود.

معادله (۲۵) معادله بقای مومنتم بدون در نظر گرفتن ترم گرادیان فشار است. ابتدا با استفاده از این معادله، شبه سرعت به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\bar{V}^* = \bar{V}^n - \Delta t \left( (\bar{V}^n \cdot \nabla) \bar{V}^n - \frac{\mu \nabla^2 \bar{V}^n}{\rho} + \bar{g} \right) \quad (27)$$

با اعمال دیورژانس بر دو طرف معادله (۱۷) و استفاده از این نکته که  $\nabla \cdot \bar{V}^{n+1} = 0$ ، معادله پواسون<sup>۳</sup> آفشار بدین صورت بدست می‌آید:

$$\nabla \cdot \left( \frac{\nabla p^{n+1}}{\rho^{n+1}} \right) = \frac{\nabla \cdot \bar{V}^*}{\Delta t} \quad (28)$$

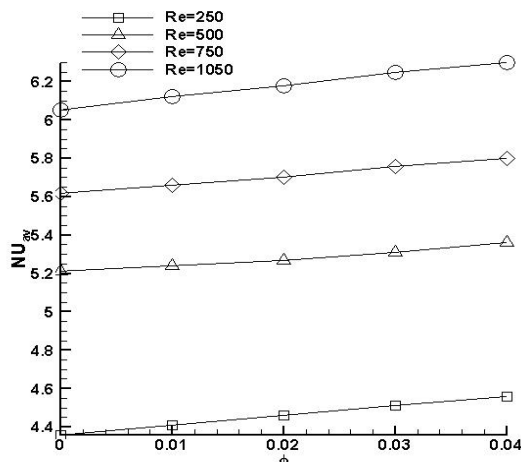
پس از محاسبه میدان فشار، در قسمت نهایی روش تصویرسازی با استفاده از معادله زیر، سرعت نهایی محاسبه می‌شود:

$$\bar{V}^{n+1} = \bar{V}^* - \Delta t \frac{\nabla p^{n+1}}{\rho^{n+1}} \quad (29)$$

## ۳- نتایج

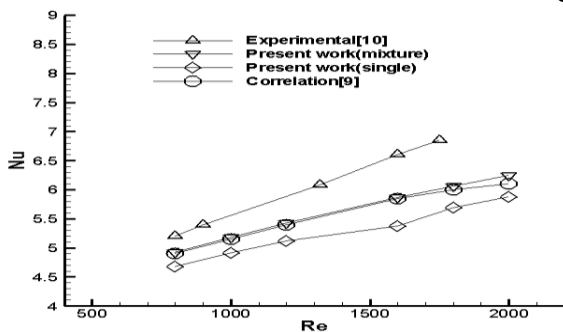
در این مسأله جریان نانوسیال حاوی ذرات اکسید آلومینیوم با سرعت و دمای مشخص وارد یک لوله به طول ۱/۲ متر و قطر

1. Finite Difference  
2. Staggered  
3. WENO  
4. Projection Method

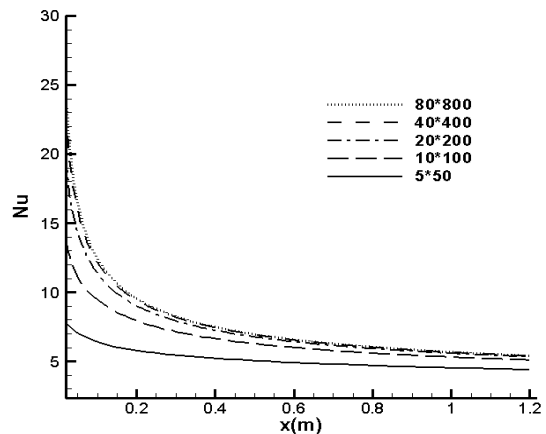


شکل ۴- تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب کسرجمی در اعداد رینولدز مختلف با استفاده از مدل مخلوط در حالت شار ثابت

در شکل ۵ تغییرات عدد ناسلت محلی در  $x=0.698m$  برحسب عدد رینولدز در کسرجمی ۰/۰۴ ارائه شده است. در این شکل نتایج شبیه سازی با رابطه تحلیلی بیجن و کراوس [۱۸] و کار آزمایشگاهی آنوپ [۱۲] مقایسه شده است. نتایج مدل مخلوط نزدیکی بسیار زیادی به نتایج رابطه تحلیلی دارد. نتایج مدل تک فازی دارای مقداری اختلاف با نتایج رابطه تحلیلی است. نتایج این دو مدل در اعداد رینولدز پایین دارای اختلاف کمی با نتایج آزمایشگاهی موجود می باشد. در اعداد رینولدز بالا این اختلاف بیشتر می شود. ملاحظه می گردد که مدل مخلوط عدد ناسلت متوسط را نسبت به مدل تک فازی بالاتر پیش بینی کرده و نتایج حاصل به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر می باشند. این امر می تواند به دلیل محاسبه دقیق تر کسر جمی و نیز در نظر گرفتن لغزش بین فازها در مدل مخلوط باشد که نتایج دقیق تری به ما می دهند. همچنین مشاهده می شود که با افزایش عدد رینولدز عدد ناسلت افزایش می یابد.



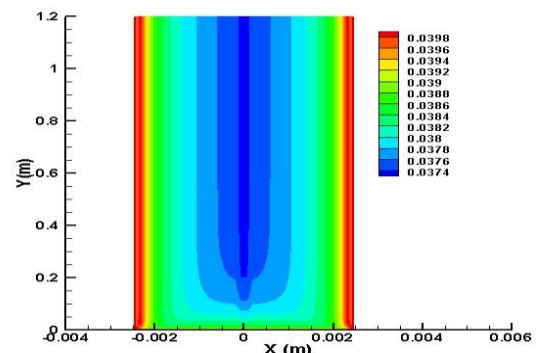
شکل ۵- تغییرات عدد ناسلت محلی در  $x=0.698m$  برحسب عدد رینولدز در کسرجمی ۰/۰۴



شکل ۲- بررسی استقلال نتایج از شبکه در رینولدز ۲۰۰۰ و کسرجمی ۰/۰۴

شکل ۳ توزیع کسرجمی را برای عدد رینولدز ۱۰۵۰ و کسرجمی ۰/۰۴ نمایش می دهد. ملاحظه می گردد که تغییرات کسرجمی در جهت جریان در ابتدای لوله زیاد است. ولی در انتهای لوله با توسعه یافتگی جریان تغییری مشاهده نمی شود. همچنین کسرجمی در مرکز لوله که سرعت سیال ماکزیمم است کمترین مقدار و در نزدیکی دیواره بیشترین مقدار خود را دارد.

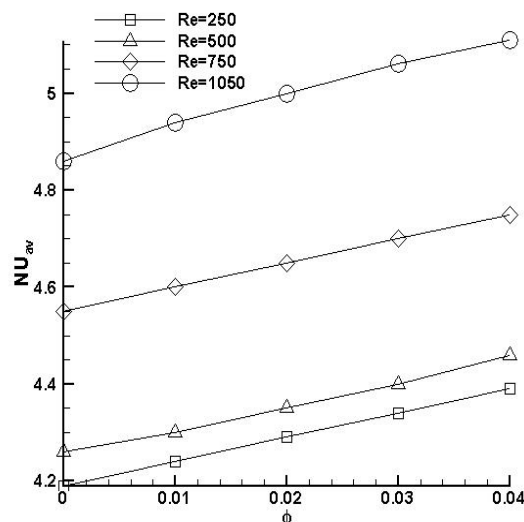
در شکل ۴ تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب کسر جمی در اعداد رینولدز مختلف با استفاده از مدل مخلوط ارائه شده است. مشاهده می شود که با افزایش کسر جمی عدد ناسلت متوسط افزایش می یابد. در واقع با توجه به خواص نانوسیال، عدد پراکتل با افزایش کسرجمی افزایش می یابد. این امر باعث افزایش عدد ناسلت می شود. همچنین مشاهده می شود که با افزایش عدد رینولدز عدد ناسلت متوسط و در نتیجه به تبع آن انتقال حرارت افزایش می یابد.



شکل ۳- توزیع کسر جمی در رینولدز ۱۰۵۰ و کسرجمی ۰/۰۴

### منابع

- [1] Jung JY, Oh HS, Kwak HY. Forced convective heat transfer of nanofluids in microchannels. In ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition 2006 (Vol. 47861, pp. 327-332).
- [2] Behabadi A, Pirhayati M, Khayat M. Convective heat transfer of oil based nanofluid flow inside a circular tube. International Journal of Engineering. 2014; 27(2):341-8.
- [3] Heris SZ, Etemad SG, Esfahany MN. Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer. International Communications in Heat and Mass Transfer. 2006; 33(4):529-35.
- [4] Akbarzade S, Sedighi K, Farhadi M, Ebrahimi M. Experimental investigation of force convection heat transfer in a car radiator filled with SiO<sub>2</sub>-water nanofluid. International Journal of Engineering. 2014; 27(2):333-40.
- [5] Choi J, Zhang Y. Numerical simulation of laminar forced convection heat transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid in a pipe with return bend. International Journal of Thermal Sciences. 2012; 55:90-102.
- [6] Zhao N, Yang J, Li H, Zhang Z, Li S. Numerical investigations of laminar heat transfer and flow performance of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluids in a flat tube. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016; 92:268-82.
- [7] Göktepe S, Atalık K, Ertürk H. Comparison of single and two-phase models for nanofluid convection at the entrance of a uniformly heated tube. International Journal of Thermal Sciences. 2014; 80:83-92.
- [8] Akbari M, Galanis N, Behzadmehr A. Comparative analysis of single and two-phase models for CFD studies of nanofluid heat transfer. International Journal of Thermal Sciences. 2011; 50(8):1343-54.
- [9] Fard MH, Esfahany MN, Talaie MR. Numerical study of convective heat transfer of nanofluids in a circular tube two-phase model versus single-phase model. International Communications in Heat and Mass Transfer. 2010; 37(1):91-7.
- [10] Hejazian M, Moraveji MK, Beheshti A. Comparative numerical investigation on TiO<sub>2</sub>/water nanofluid turbulent flow by implementation of single phase and two phase approaches. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications. 2014; 66(3):330-48.



شکل ۶- تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب کسر حجمی در اعداد رینولدز مختلف با استفاده از مدل مخلوط در حالت دماتاب

در شکل ۶ تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب کسر حجمی در اعداد رینولدز مختلف در حالت دماتاب با استفاده از مدل مخلوط ارائه شده است. در این حالت، شرط مرزی دیریشله با مقدار دمای 343K روی دیواره لوله اعمال می‌شود. در این حالت نیز مشاهده می‌شود که با افزایش کسر حجمی عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز عدد ناسلت متوسط و در نتیجه انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

### ۴- نتیجه گیری

در این پژوهش با استفاده از مدل‌های تک‌فازی و مدل مخلوط تاثیر افزودن نانوذرات اکسید آلومینیوم به آب بر میزان انتقال حرارت در جابجایی اجباری آرام در یک لوله برای دو شرط مرزی دماتاب و شار ثابت بررسی شد. در هر دو حالت با افزایش عدد رینولدز، عدد ناسلت محلی و در نتیجه انتقال حرارت افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش کسر حجمی میزان انتقال حرارت با توجه به افزایش عدد پرانتل نانوسیال افزایش می‌یابد. نتایج مدل مخلوط نسبت به مدل تک‌فازی به نتایج آزمایشگاهی نزدیکتر است. دلیل این امر، محاسبه دقیق‌تر کسرحجمی و در نظر گرفتن لغزش بین فازها در مدل مخلوط می‌باشد.

- [11] Alinia M, Ganji DD, Gorji-Bandpy M. Numerical study of mixed convection in an inclined two sided lid driven cavity filled with nanofluid using two-phase mixture model. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2011; 38(10):1428-35.
- [12] Anoop KB, Sundararajan T, Das SK. Effect of particle size on the convective heat transfer in nanofluid in the developing region. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2009; 52(9-10):2189-95.
- [13] Chen YJ, Li YY, Liu ZH. Numerical simulations of forced convection heat transfer and flow characteristics of nanofluids in small tubes using two-phase models. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2014; 78:993-1003.
- [14] Shahmohammadi A, Jafari A. Application of different CFD multiphase models to investigate effects of baffles and nanoparticles on heat transfer enhancement. *Frontiers of Chemical Science and Engineering*. 2014; 8:320-9.
- [15] Manninen M, Taivassalo V, Kallio S. On the mixture model for multiphase flow. *VTT Publications*. 1996; 288: 1996-2067.
- [16] Schiller L. A drag coefficient correlation. *Zeit. Ver. Deutsch. Ing.*. 1933; 77:318-20.
- [17] Jiang GS, Shu CW. Efficient implementation of weighted ENO schemes. *Journal of Computational Physics*. 1996; 126(1):202-28.
- [18] Bejan A, Kraus AD, editors. *Heat Transfer Handbook*. John Wiley & Sons; 2003.